

Wymagania na egzamin poprawkowy z matematyki

Klasa 3Tm

Podręcznik do klasy 2

Rozdział 4. Wielomiany

(zadania z podręcznika: 4.38; 4.46; 4.47; 4.49; 4.50; 4.62)

- **Rozkładanie wielomianów na czynniki:** (rozkładanie niektórych wielomianów przez stosowanie: a) wzorów skróconego mnożenia, b) wyłączania wspólnego czynnika przed nawias, c) stosowanie wzorów na obliczanie pierwiastków trójmianu kwadratowego, d) grupowanie wyrazów i wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, e) stosować tw. o dzieleniu wielomianu przez $x - r$)
- **Równania wielomianowe** (określić czy dane równanie jest równaniem jednej zmiennej, sprawdzać czy dana liczba jest rozwiązaniem równania stopnia wyższego niż 2, korzystać z własności iloczynu $a \cdot b \cdot c = 0 \Leftrightarrow a = 0$ lub $b = 0$ lub $c = 0$ przy rozwiązywaniu równania typu $x(x-1)(x-4)(x^2-9)=0$, rozwiązywać równania typu $x^3 - 3x = 0$ – rozkładając lewą jego stronę na czynniki $x(x^2 - 3) = 0$ lub typu $x^2(x+2) = 4(x+2)$, rozwiązywać równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych albo równań kwadratowych i liniowych,
- **Nierówności wielomianowe** (sprawdzać czy dana liczba spełnia nierówność wielomianową, rozwiązywać proste nierówności wielomianowe postaci $W(x) \geq 0$, $W(x) \leq 0$, $W(x) > 0$ i $W(x) < 0$)

Rozdział 5. Wyrażenia wymierne

(zadania z podręcznika: 5.1; 5.3; 5.9; 5.10; 5.13; 5.14; 5.15; 5.18; 5.20; 5.21; 5.34; 5.35)

- **Wyrażenie wymierne i jego dziedzina** (obliczyć wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości x , określać dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną niewiadomą, w którego mianowniku występuje wielomian dający się sprowadzić do iloczynu wielomianów stopnia pierwszego (np. dziedziną wyrażenia $\frac{W(x)}{P(x)}$ jest zbiór tych liczb dla których $P(x) \neq 0$),)
- **Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych** (określić dziedzinę wyrażenia $\frac{W(x)}{P(x)}$, skrócić wyrażenie wymierne $\frac{W(x)}{P(x)}$, rozszerzać wyrażenia wymierne $\frac{P(x)}{W(x)}$ mnożąc licznik i mianownik przez to samo wyrażenie)
- **Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych** (określać dziedzinę każdego z wyrażeń, które mnożymy lub dzielimy, nim pomnoży wyrażenia rozłożyć liczniki i mianowniki na czynniki, skracać, jeżeli to możliwe mając iloczyny wyrażeń wymiernych, np. $\frac{x^2-4}{x^3+8} \cdot \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x^2-2x+4)} \cdot \frac{x+2}{x-2} = \frac{x+2}{x^2-2x+4}$)
- **Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych** (ustalić wspólny mianownik wyrażeń wymiernych, które dodajemy lub odejmujemy i podać ich dziedzinę, dodawać i odejmować proste wyrażenia wymierne (analogicznie jak wyrażenia algebraiczne))
- **Rozwiązywanie równań wymiernych** (rozwiązywać proste równania wymierne, których rozwiązanie sprowadza się do rozwiązywania równań kwadratowych lub liniowych, np.: $\frac{x^2+3x-5}{x+2} = 0$, $\frac{x-1}{x+3} = 2$, $\frac{x+3}{x} = 4x$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 3$ itp., określa dziedzinę każdego równania wymiernego)

- **Nierówności wymierne** (każdą nierówność wymierną zapisać w jednej z postaci: $\frac{P(x)}{W(x)} \geq 0$ lub $\frac{P(x)}{W(x)} \leq 0$ lub $\frac{P(x)}{W(x)} > 0$ lub $\frac{P(x)}{W(x)} < 0$, gdzie $W(x) \neq 0$, rozwiązywać proste nierówności wymierne)

Rozdział 6. Funkcja wykładnicza

(zadania z podręcznika: 6.1; 6.2; 6.9; 6.10; 6.20; 6.21)

- **Potęga o wykładniku rzeczywistym** (szacować wartość potęgi, np.: $2^{\sqrt{3}}$, $3^{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ itp., przedstawiać w postaci potęgi o zadanej, jednej podstawie wyrażenia, np.: $\sqrt{2}^{\sqrt{x}} \cdot 2 = 2^{\frac{1}{2}\sqrt{x}+1}$, $9 \cdot 3^{x-2} = 3^x$, $\left[(\sqrt{2})^{1-\sqrt{2}} \right]^{1+\sqrt{2}}$, wykonując działania na potęgach o wykładnikach niewymiernych stosować twierdzenia dotyczące działań na potęgach o wykładnikach wymiernych)
- **Wzór i wykres funkcji wykładniczej** (szkicować wykresy funkcji wykładniczych o różnych podstawach, obliczać, dla jakiego argumentu funkcja wykładnicza przyjmuje daną wartość, sprawdzać, czy punkt o danych współrzędnych leży na wykresie funkcji wykładniczej)
- **Przekształcanie wykresu funkcji wykładniczej** (mając wykres funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$, gdzie $x \in \mathbb{R}^+$ i $x \neq 1$, rysuje wykresy funkcji g, w symetrii względem osi y, względem osi x)

Rozdział 7. Funkcja logarytmiczna

(zadania z podręcznika: 7.1; 7.3; 7.6; 7.13; 7.21)

- **Działania na logarytmach (powtórzenie)**, (stosować twierdzenia na: logarytm iloczynu: $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$, logarytm ilorazu: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$, logarytm potęgi: $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$, gdzie $n \in \mathbb{N}$, w prostych przykładach obliczać niewiadomą, która jest pod znakiem logarytmu, np.: $\log x = \log 2 + \log 25 - 2 \log 3$.)
- **Funkcja logarytmiczna i jej własności** (sprawdzać, czy punkt leży na wykresie funkcji, rysować wykresy funkcji logarytmicznych o różnych podstawach np.: $y = \log_2 x$, $y = \log_{0,5} x$ itp. określać dziedzinę, zbiór wartości funkcji logarytmicznej, miejsce zerowe oraz określa monotoniczność w zależności od podstawy logarytmu, porządkuje rosnąco lub malejąco wartości wyrażeń, np.: $\log_2 6$, $\log_3 6$, $\log_4 6$ itp)
- **Przekształcanie wykresu funkcji logarytmicznej** (mając wykres funkcji $y = \log_a x$ szkicuje wykresy np. $y = \log_a(x-p)$, $y = \log_a(x-p)+q$)

Rozdział 8. Przykłady zastosowania potęg i logarytmów

(zadania z podręcznika: 8.1; 8.4)

- **Rozwiązywanie równań typu $x^n = a$** (korzystać z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^n = a$, gdzie $n \in \mathbb{N}^+$ oraz: a) gdy $a > 0$ i n jest liczbą naturalną dodatnią, b) gdy $a < 0$ i n jest liczbą naturalną nieparzystą, określa liczbę rozwiązań równania $x^n = a$, szkicuje wykres funkcji $f(x) = x^n$ dla liczb naturalnych: a) n parzystych, b) n nieparzystych, rozwiązuje równania wielomianowe np.: $x^6(x+1) + x^3(x+1) = 0 \Leftrightarrow x^3(x+1)(x^3+1) = 0$ itp)

Rozdział 9. Ciągi liczbowe

(zadania z podręcznika: 9.5; 9.8; 9.10; 9.19; 9.23, 9.34)

- **Pojęcie ciągu liczbowego, jego rodzaje i sposoby określania** (wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, rozróżniać ciągi stałe, rosnące, malejące i naprzemienne, wyznaczać wzór na n-ty wyraz ciągu, gdy suma jego n początkowych wyrazów jest określona wzorem S_n , przedstawić ciąg określony wzorem w postaci grafu, tabelki i wykresu)

- **Ciąg arytmetyczny i jego własności. Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego** (zbadać, czy ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny, napisać wzór na n -ty wyraz ciągu, gdy znane są a_1 i r ciągu arytmetycznego, obliczyć w ciągu arytmetycznym jedną wielkość, gdy dane są trzy spośród: a_n , n , a_1 i r , stosować wzory na a_n i S_n ciągu arytmetycznego, wyznaczać wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, gdy suma S_n określona jest wzorem, rozwiązywać proste równania, gdy lewa jego strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego)
- **Ciąg geometryczny i jego własności. Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego** (badać czy ciąg jest geometryczny: podać warunki, które powinny być spełnione, by trzy liczby w podanej kolejności tworzyły ciąg geometryczny oraz odróżniać ciąg arytmetyczny od geometrycznego, odróżniać różnicę ciągu arytmetycznego od ilorazu ciągu geometrycznego, obliczyć dowolny wyraz ciągu geometrycznego określonego wzorem ogólnym, wyznaczać wzór ogólny ciągu geometrycznego (a_n) , gdy znane są jego dwa wyrazy, które są podane lub zaznaczone na wykresie, stosować wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, obliczać sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, gdy znane są: a_1 i q , wzór na wyraz ogólny ciągu geometrycznego lub gdy znane są trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego, obliczać jedną spośród czterech wielkości a_1 , q , n , S_n , gdy znane są wartości trzech, rozwiązuje zadania umieszczone w kontekście praktycznym z wykorzystaniem wzoru na sumę S_n , rozwiązywać zadania, w których wykorzystuje poznane własności i wzory dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego.)

Rozdział 10. Granica ciągu liczbowego

(zadania z podręcznika: 10.1; 10.4; 10.11;10.13; 10.24)

- **Pojęcie granicy ciągu i ciągu zbieżne do zera** (sporządzać częściowy wykres nieskończonego ciągu i określać, czy prawie wszystkie jego wyrazy należą do podanego otoczenia, objaśnić zapisy $n \rightarrow +\infty$ i $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$, podać przykłady ciągów zbieżnych do zera)
- **Ciągi zbieżne i ich własności** (stosować twierdzenia o działaniach na granicach ciągów tj. granicy sumy i różnicy ciągów, granicy iloczynu ciągów, granicy ilorazu ciągów, granicy iloczynu liczby k i ciągu.)
- **Szereg geometryczny i jego suma** (objaśnić pojęcie „szereg geometryczny”, obliczać sumę szeregu geometrycznego, zamieniać ułamek okresowy na zwykły wykorzystując własności szeregu geometrycznego zbieżnego, rozwiązywać zadania do których rozwiązania wykorzystuje wzór na sumę szeregu geometrycznego, gdy $|q| < 1$.)
- **Granica niewłaściwa ciągu** (objaśnić pojęcie ciągu rozbieżnego podając odpowiednie przykłady, np. $a_n = n$, $b_n = 5^n$, rysować częściowe wykresy ciągów rozbieżnych, obliczać granice ciągów rozbieżnych korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach oraz granic ciągów typu: $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = \frac{1}{n^2}$ i $c_n = n^k$, gdzie $n \in N^+$ i $n \neq 1$ oraz $k \in N^+$)

Rozdział 11. Granica i ciągłość funkcji

(zadania z podręcznika: 11.1; 11.6; 11.13; 11.18)

- **Granica funkcji w punkcie**(podać przykłady ciągów, których granicą jest liczba q , obliczać granice funkcji w punkcie x_0 np. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2)$, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2-1}$ itp)
- **Granice jednostronne funkcji w punkcie** (odczytać z wykresu funkcji granice jednostronne dla podanych argumentów),
- **Granica niewłaściwa funkcji w punkcie** (zilustrować graficznie granicę funkcji $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$)
- **Ciągłość funkcji. Własności funkcji ciągłych** (wymienić warunki, jakie spełnia funkcja ciągła w punkcie x_0 , badać ciągłość funkcji, dla funkcji kwadratowej w przedziale $\langle a; b \rangle$ określić, czy odcięta x_w wierzchołka

należy do przedziału $\langle a; b \rangle$ oraz odczytać z wykresu lub obliczyć $f(a)$, $f(b)$ i $f(x_w)$ i stwierdzić czy $f(x_w) \in \langle a; b \rangle$,

Rozdział 12. Pochodna funkcji i jej interpretacja

(zadania z podręcznika: 12.11; 12.12; 12.16; 12.41; 12.49; 12.57)

- **Pochodna funkcji w punkcie** (obliczać pochodną funkcji f w punkcie, gdy $x_0 \in D_f$, pisać równanie stycznej do krzywej $y = f(x)$ obliczając współczynnik kierunkowy stycznej $m = f'(x_0)$),
- **Pochodna jako funkcja** (obliczać pochodne funkcji potęgowych, wielomianowych i wymiernych, obliczać pochodną ilorazu funkcji i ich iloczynu.)
- **Związek pochodnej z monotonicznością funkcji** (określać monotoniczność funkcji w zależności od znaku funkcji pochodnej w wyznaczonych przedziałach)
- **Ekstrema lokalne funkcji wymiernych** (wyznaczać ekstrema funkcji korzystając z wzoru $f'(x_0) = 0$ i $x_0 \in D_f$.)

Podręcznik do klasy 3

Rozdział 2. Okręgi i proste na płaszczyźnie

(zadania z podręcznika: 2.1; 2.2; 2.3; 2.5; 2.8; 2.12; 2.14; 2.15; 2.16; 2.34)

- **Kąt środkowy i pole wycinka koła. Kąt wpisany i jego związek z kątem środkowym** (rozpoznawać kąty środkowe, obliczać długość okręgu i łuku okręgu, obliczać pole koła, pierścienia, wycinka kołowego, stosować zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.)
- **Styczna do okręgu i jej własności. Okręgi styczne i ich własności** (rozpoznawać wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznawać styczną do okręgu, korzystać z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności, korzystać z własności stycznej do okręgu, korzystać z własności okręgów stycznych)

Rozdział 3. Wielokąty na płaszczyźnie i obliczenia z zastosowaniem trygonometrii (zadania z podręcznika:

(zadania z podręcznika: 3.2; 3.6; 3.18; 3.20; 3.27; 3.28; 3.32; 3.42; 3.44; 3.47; 3.57; 3.68; 3.70; 3.81; 3.92)

- **Trójkąty** (rozwiązywać trójkąty korzystając z własności funkcji trygonometrycznych, rozwiązywać zadania z zastosowaniem wzoru na promień okręgu wpisanego w trójkąt i na promień okręgu opisanego na trójkącie oraz wzorów na pole trójkąta)
- **Prostokąty i kwadraty** (korzystać z własności funkcji trygonometrycznych do obliczania długości odcinków i kątów w prostokątach i kwadratach oraz ich pól)
- **Równoległoboki** (korzystać z własności funkcji trygonometrycznych do obliczania długości odcinków i kątów w równoległobokach i ich pól)
- **Trapezy i deltoidy** (korzystać z własności funkcji trygonometrycznych do obliczania długości odcinków i kątów w trapezach, deltoidach oraz ich pól)
- **Okrąg wpisany w czworokąt** (stosować twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt)
- **Okrąg opisany w czworokąt** (stosować twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg)
- **Zadania optymalizacyjne z planimetrii** (wykorzystywać własności funkcji kwadratowej i elementów rachunku różniczkowego do obliczania najmniejszych lub największych wymiarów figur płaskich)